

Zadanie:

Dokážte, že ak A, B, C sú množiny také, že

$$A \cup B = B \cup C = A \cup C$$

a zároveň

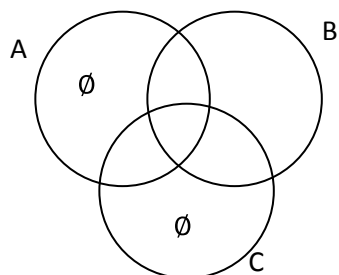
$$A \cap B = B \cap C = A \cap C$$

potom platí $A = B = C$.

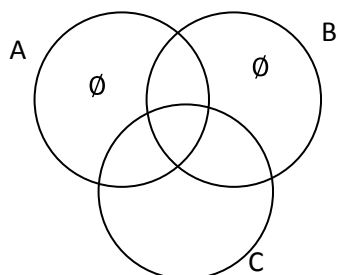
Riešenie:

Prvé tvrdenie môžeme rozdeliť na tvrdenia, z ktorých vyplíva:

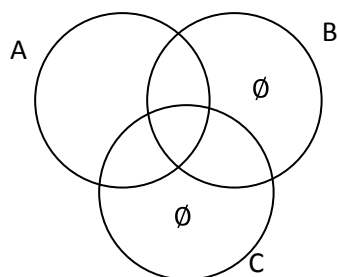
$$A \cup B = B \cup C$$



$$B \cup C = A \cup C$$

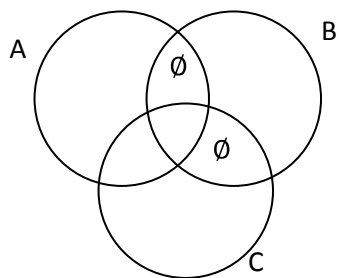


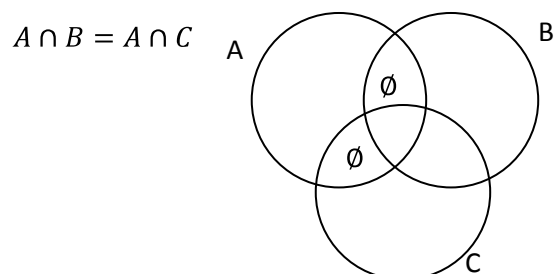
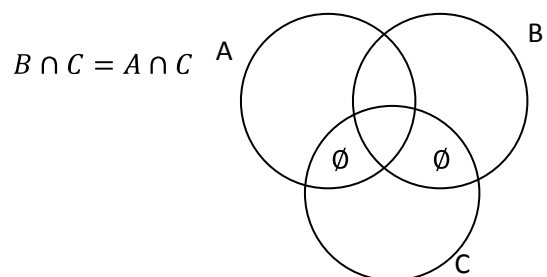
$$A \cup B \cup A \cup C$$



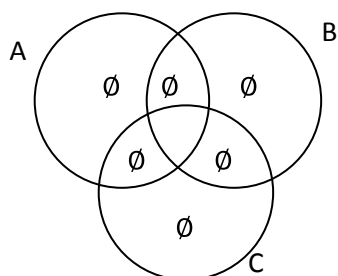
Druhé tvrdenie tiež podobne rozdelíme na časti a odvodíme z nich dôsledky:

$$A \cap B = B \cap C$$





Všetky uvedené tvrdenia musia platiť súčasne, takže



$$A = B = C$$