

Prémia 2:

Množina indexov I :

$$I = \{1, 2, 3, 4, \dots\} = \mathbb{N} - \{0\}$$

Element systému A_i je interval:

$$A_i = (0, \frac{1}{i}), i \in I$$

S narastajúcim i sa interval zmenšuje.

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{i} = 0$$

Pre i „idúce“ do nekonečna je interval $A_i = (0, \frac{1}{i})$ prázdny = prázdna množina.

Systém:

$$\{A_i\}, i \in I$$

Dôkaz vlastností:

1) Pre každú konečnú množinu $F \subseteq I$ platí $\bigcap_{i \in F} A_i \neq \emptyset$

Ak je F konečná množina, tak $i \in F$ je konečne veľké a teda $\frac{1}{i} > 0$. Teda ľubovoľný interval

$A_i = (0, \frac{1}{i})$ nie je prázdna množina. Ak vezmeme najväčšie $n \in F$ dostaneme najmenší interval A_n v systéme. Je zrejmé, že pre všetky $i < n$ platí $A_n \subseteq A_i$. Teda $\bigcap_{i \in F} A_i = A_n \neq \emptyset$

2) $\bigcap_{i \in I} A_i = \emptyset$

I nie je konečná množina. Ak sa $i \in I$ blíži k nekonečnu, $\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{i} = 0$ vtedy interval

$A_i = (0, \frac{1}{i}) = \emptyset$. Keďže $(\forall X) X \cap \emptyset = \emptyset$ a v systéme sa nachádza prázdny interval (v nekonečne), potom $\bigcap_{i \in I} A_i = \emptyset$