Úloha: Zisti, či relácia ς je **(R)**, **(S)**, **(AS)**, **(T)**.

ς je podmnožina (0, ∞) x (0, ∞)
x ς y :<=> $\mathbf{y^{1/x} \leq x^{1/y}}$

ς je **(R)** práve vtedy ak pre všetky x ∈ (0, ∞) platí:

x ς x
teda
$\mathbf{x^{1/x} \leq x^{1/x}}$
čo platí, kedže $\mathbf{x^{1/x} = x^{1/x}}$

relácia ς je reflexívna.

ς je **(S)** ak pre všetky x, y ∈ (0, ∞) platí:

(x ς y) => (**y ς x)**
teda
$\mathbf{(y^{1/x} \leq x^{1/y})}$ => $\mathbf{(x^{1/y} \leq y^{1/x})}$

nech x = 2, y = 1
$\mathbf{1^{1/2} \leq 2^{1/1}}$ platí (1 ≤ 2)
$\mathbf{2^{1/1} \leq 1^{1/2}}$ neplatí (2 > 1)

implikácia neplatí, teda **relácia ς nie je symetrická**

ς je **(AS)** práve vtedy ak pre všetky x, y ∈ (0, ∞) platí:

(x ς y) a zároveň **(y ς x)** => **(x = y)**
teda
$\mathbf{(y^{1/x} \leq x^{1/y})}$ a zároveň ($\mathbf{x^{1/y} \leq y^{1/x}}$**)** => (**x = y)**

nech x = 1/4, y = 1/2
$\mathbf{(1/2)^4 \leq (1/4)^2}$ platí (1/16 = 1/16)
$\mathbf{(1/4)^2 \leq (1/2)^4}$ platí (1/16 = 1/16)
x = y neplatí

implikácia neplatí, teda **relácia ς nie je antisymetrická**

ς je **(T)** práve vtedy ak pre všetky x, y, z ∈ (0, ∞) platí:

(x ς y) a zároveň **(y ς z)** => **(x ς z)**
teda
$\mathbf{(y^{1/x} \leq x^{1/y})}$ a zároveň $\mathbf{(z^{1/y} \leq y^{1/z})}$ => $\mathbf{(z^{1/x} \leq x^{1/z})}$
toto dokážeme tak, že z predpokladu implikácie odvodíme jej záver

umocnenie na kladnú mocninu nemení znamienko rovnosti, takže môžeme upraviť:
$\mathbf{y^{1/x} \leq x^{1/y}}$ umocníme na x.y, dostaneme $\mathbf{y^y \leq x^x}$ (x.y > 0)
$\mathbf{z^{1/y} \leq y^{1/z}}$ umocníme na y.z, dostaneme $\mathbf{z^z \leq y^y}$ (y.z > 0)

spojením nerovníc dostávame
$\mathbf{z^z \leq y^y \leq x^x}$
teda
$\mathbf{z^z \leq x^x}$

nerovnicu umocníme na **1/(x.z)** (x.z > 0) a dostaneme
$\mathbf{z^{1/x} \leq x^{1/z}}$

čo bolo treba dokázať

implikácia platí, teda **relácia ς je tranzitívna**
