

Axiomy:

$$a1) (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$a2) (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$b1) A \cup B = B \cup A$$

$$b2) A \cap B = B \cap A$$

$$c1) A \cup (A \cap B) = A$$

$$c2) A \cap (A \cup B) = A$$

$$d1) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$d2) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$e1) A \cup A^C = U$$

$$e2) A \cap A^C = \emptyset$$

$$f1) A \cap A = A$$

$$f2) A \cup A = A$$

pomocné rovnosti:

$$x1) A \cap U = A$$

$$\text{odvodenie: } A \cap U =_{e1} A \cap (A \cup A^C) =_{d2} (A \cap A) \cup (A \cap A^C) =_{f1,e2} A \cup \emptyset =_{x2} A$$

$$x2) A \cup \emptyset = A$$

$$\text{odvodenie: } A \cup \emptyset =_{e2} A \cup (A \cap A^C) =_{c1} A$$

chceme dokázať:

$$A^C \cap B^C = (A \cup B)^C$$

najskôr dokažeme 2 „pomocne rovnosti“:

$$A^C \cap B^C =_{x1}$$

$$A^C \cap B^C \cap U =_{e1}$$

$$(A^C \cap B^C) \cap ((A \cup B) \cup (A \cup B)^C) =_{d2}$$

$$((A^C \cap B^C) \cap (A \cup B)) \cup ((A^C \cap B^C) \cap (A \cup B)^C) =_{a2}$$

$$(A^C \cap (B^C \cap (A \cup B))) \cup ((A^C \cap B^C) \cap (A \cup B)^C) =_{d2}$$

$$(A^C \cap ((B^C \cap A) \cup (B^C \cap B))) \cup ((A^C \cap B^C) \cap (A \cup B)^C) =_{e2}$$

$$(A^C \cap ((B^C \cap A) \cup \emptyset)) \cup ((A^C \cap B^C) \cap (A \cup B)^C) =_{x2}$$

$$(A^C \cap (B^C \cap A)) \cup ((A^C \cap B^C) \cap (A \cup B)^C) =_{a2,e2}$$

$$\emptyset \cup ((A^C \cap B^C) \cap (A \cup B)^C) =_{x2}$$

$$(A^C \cap B^C) \cap (A \cup B)^C$$

$$A^C \cap B^C =_{x3}$$

$$A^C \cap B^C \cup \emptyset =_{e2}$$

$$(A^C \cap B^C) \cup ((A \cup B) \cap (A \cup B)^C) =_{d1}$$

$$((A^C \cap B^C) \cup (A \cup B)) \cap ((A^C \cap B^C) \cup (A \cup B)^C) =_{a1}$$

$$(((A^C \cap B^C) \cup A) \cup B) \cap ((A^C \cap B^C) \cup (A \cup B)^C) =_{d1}$$

$$(((A^C \cup A) \cap (B^C \cup A)) \cup B) \cap ((A^C \cap B^C) \cup (A \cup B)^C) =_{e1}$$

$$((U \cap (B^C \cup A)) \cup B) \cap ((A^C \cap B^C) \cup (A \cup B)^C) =_{x1}$$

$$((B^C \cup A) \cup B) \cap ((A^C \cap B^C) \cup (A \cup B)^C) =_{a1,e1}$$

$$U \cap ((A^C \cap B^C) \cup (A \cup B)^C) =_{x1}$$

$$(A^C \cap B^C) \cup (A \cup B)^C$$

prvú pomocnú rovnosť, dosadíme do druhej (alebo môžeme aj naopak):

$$A^C \cap B^C =$$

$$(A^C \cap B^C) \cup (A \cup B)^C =_{dosadenie}$$

$$((A^C \cap B^C) \cap (A \cup B)^C) \cup (A \cup B)^C =_{c1}$$

$$(A \cup B)^C$$