Okruhy a homomorfizmy, ideály

1. $R = 2^X$ je potenčná množina množiny X a Δ označuje symetrickú diferenciu.
   Klasifikujte štruktúru $(R, \Delta, \cap)$.

2. R nech je množina regulárnych matíc 2x2. Klasifikujte štruktúru (R, +, *), kde * je maticové násobenie.

3. Nech $D = [0, 2]$ je reálny interval, $P = \{0, 1, 2\}$ a R je množina spojitých funkcií na D. Definujeme zobrazenie $h(f) = f(P) = (f(0), f(1), f(2))$. Zistite, či $h: (R,+,*) \to (\mathbb{R}^3,+,*)$ (operácie + a * v cieľovej štruktúre fungujú „po zložkách") je homomorfizmus.

4. Nech $h: (\mathbb{R}^2,+,*) \to (\mathbb{R},+,*)$ je definované predpisom $h(x_1,x_2) = x_1$. Je h homomorfizmus?

5. Nech $h: (\mathbb{Z},+,*) \to (\mathbb{Z}_n,+,*)$ je definované predpisom $h(x) = m*x \mid \bmod n$.
   Pre aké dvojice m,n je h homomorfizmus? (skúste konkrétne príklady a potom zovšeobecnite).

6. Nech $(C(\mathbb{R}), +,*)$ sú spojité reálne funkcie a $I = \{f \in C(\mathbb{R});\ \exists\, m \in \mathbb{R}^+, \forall\, x, |x| \geq m:\ f(x)=0\}$.
   Zistite či je I ideál v $C(\mathbb{R})$.