

1. Sú dané permutácie

$$\begin{aligned} p &= (14)(235)(78) \\ q &= (234)(67) \\ r &= (135)(24)(68) \end{aligned}$$

- a) Zistite ich rád a paritu.
- b) Nájdite k daným permutáciám ich inverzné protipóly.
- c) Zjednodušte na disjunktné cykly: $pqr, prq, rqp, rpq, qpr, qrp$

a) $p:$ rád 6, $n+p+n =$ párná
 $q:$ rád 6, $p+n =$ nepárna
 $r:$ rád 6, $p+n+n =$ párná

b)

$$\begin{aligned} p^{-1} &= (14)(253)(78) \\ q^{-1} &= (243)(67) \\ r^{-1} &= (153)(24)(68) \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} pqr &= (23)(45)(67) \\ prq &= (154)(68) \\ rqp &= (143)(67) \\ rpq &= (12)(45)(78) \\ qpr &= (152)(78) \\ qrp &= (13)(25)(68) \end{aligned}$$

2. Je daná $p = (167)(3524)$. Ako vyzerá $p^{121}, p^{122}, p^{123}$?

$$p^{121} = p, \quad p^{122} = p^2 = (176)(23)(45), \quad p^{123} = p^3 = (2534)$$

3. Aký najvyšší rád môže mať permutácia z grupy S_{15}, S_{19}, S_{24} ?

$S_{15}:$ 105 dĺžky cyklov 7, 5, 3, napr. $(1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7)(8\ 9\ 10\ 11\ 12)(13\ 14\ 15)$
 $S_{19}:$ 420 dĺžky 7, 5, 4, 3, napr. $(1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7)(8\ 9\ 10\ 11\ 12)(13\ 14\ 15\ 16)(17\ 18\ 19)$
 $S_{24}:$ 840 dĺžky 8, 7, 5, 3,
napr. $(1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8)(9\ 10\ 11\ 12\ 13\ 14\ 15)(16\ 17\ 18\ 19\ 20)(21\ 22\ 23)$

4. Nájdite grupu všetkých symetrií rovnostranného trojuholníka (zobrazení do seba samého) a skúmajte jej vzťah k S_3 .

Označme vrcholy trojuholníka 1,2,3. Všetky symetrie = všetky permutácie 1,2,3.

5. Vypíšte všetky prvky S_4 a A_4 (párne permutácie na 4 prvkoch).

S_4 : I

(12), (13), (14), (23), (24), (34)
(12)(34), (13)(24), (14)(23)
(123), (124), (134), (234), (132), (142), (143), (243)
(1234), (1243), (1324), (1342), (1423), (1432)

spolu 24 ks

A_4 : I

(12)(34), (13)(24), (14)(23)
(123), (124), (134), (234), (132), (142), (143), (243)

spolu 12 ks